

上机作业计划:

CHW-1

1. 样条插值及误差估计;
2. 数值积分二选一:
 - 各种基本数值积分法及误差计算
 - Metropolis
3. 非线性方程数值解;
4. 快速付立叶变换
5. NODE 二选一:
 - 化学反应刚性方程数值解
 - Lorenz 方程组

要求: 使用C(或C++, Python)进行编程计算, 使用Latex撰写上机报告, 结果以表格或图形展示. 问题描述, 算法描述, 计算结果及简明分析.

1. 周期三次样条插值:

$$\text{对 } f(x) = e^{\sin x} + \cos 4x, \quad x \in [0, 2\pi]$$

在 $x_k = kh$, $k=0, 1, \dots, n$ 上进行三次样条插值(周期), $h = 2\pi/n$.

数值计算 $e_h = \|f - S\|_\infty$, 并检验当 $h \rightarrow 0$ 时 $e_h \rightarrow 0$ 的收敛阶. (即 $e_h \sim O(h^p)$)

2. 数值积分: (二选一)

A. 用 Metropolis 算法计算二维 Ising 模型, 数值模拟相变温度和内能. (P247, 4)

B. 用不同数值积分法计算

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx \quad (= \pi)$$

数值估计收敛阶.

(P107, 上机习题4)

3. 非线性方程组数值解.

对 Dennis-Schnabel 书中的 Appendix B 中例 2, 3, 5 进行数值求解. (见顶材料)

4. 快速傅立叶变换:

由 FFT 计算非周期卷积及滤波.

P149-150, 上机习题 2, 3.

5. 常微数值解: (二选一)

A. 求解 Lorenz 系统并分析其行为:

P208, 上机习题 4.

B. 求解 Oregonator: (计算至 $t=360$)

$$\begin{cases} y_1' = 77.27(y_2 + y_1(1 - 8.375 \times 10^{-6}y_1 - y_2)) \\ y_2' = \frac{1}{77.27}(y_3 - (1 + y_1)y_2) \\ y_3' = 0.161(y_1 - y_3) \end{cases}$$

$$y_1(0) = 1, y_2(0) = 2, y_3(0) = 3$$